

Міністерство освіти і науки України
Чернігівський державний інститут
економіки і управління

Кафедра геоінформатики і геодезії

С. Б. Суховірський

ПРОЕКТУВАННЯ

і дослідження прецизійної трилатерації міста Чернігова

методом статистичних випробувань

Монте - Карло

Модель СБС - 15

Науковий керівник

к. т. н., доцент

Р. М. Літнарівч

Чернігів, 2003

Суховірський С.Б. "Проектування і дослідження прецизійної трилатерації міста Чернігова методом статистичних випробувань Монте – Карло". Модель СБС -15. Науковий керівник Р.М.Літнарівич, ЧДІЕіУ, Чернігів, 2003,-18с.

Рецензент: к. т. н., доцент Кравцов М.І.

Відповідальний за випуск: д. т. н., професор Бурачек В.Г.

ЧДІЕіУ, 2003,-18 с.

УДК 528,31

Суховірський Сергій Борисович

Проектування і дослідження трилатерації міста
Чернігова методом статистичних випробувань
Монте – Карло
Модель СБС - 15

Науковий керівник :
кандидат технічних наук, доцент Р.М. Літнарівч.

Комп'ютерний набір в редакторі Microsoft Word 2000
Суховірський С. Б.

Зрівноваження мережі триангуляції проводилося на
мікрокалькуляторі CITIZEN SR-260

Зауваження і пропозиції надсилати за адресою:
14000, Чернігів, вул. Бєлова, 4
Чернігівський державний інститут
Економіки і управління
Кафедра геодезії і фотограметрії

М. Чернігів, вул. Стрілецька, 1
Тел. (0462) 179-308
(04622) 5-61-70
(04622) 5-66-97
URL: www.geci.cn.ua
E-mail: rector@geci.cn.ua

З М І С Т

Введення	4
1. Побудова істинної і спотвореної моделі.	
Попередня обробка польових матеріалів	4
2. Генерування істинних похибок.....	6
3. Зрівноваження мережі корелатним способом	11
4. Розрахунок істинних координат пунктів.....	14
5. Розрахунок зрівноважених координат пунктів.....	14
6. Порівняльний аналіз та оцінка точності	15
Заклучення	16
Література	17

ВВЕДЕННЯ

Широкі можливості по створенню опорної геодезичної мережі на території міст дають світловіддалеміри. Так, світловіддалемір $D_i - 2002$, швейцарської фірми Leica вагою 1,1 кг при часі вимірювання однієї віддалі в 3,5" і температурному діапазоні до $+50^{\circ}\text{C}$, забезпечує до 7 км точність вимірювання сторони 1мм+1мм на 1 км ходу.

Так як в запроєктованій нами мережі найбільші сторони становлять 3 км, то ми будемо генерувати істинну похибку вимірювання сторін в 4 мм. Кути на пунктах не вимірювались. Всі пункти розташовані на дахах будинків. Центральний пункт 1 запроєктований на даху готелю Градецький, з якого є добра видимість на 6 пунктів, що розташовані у різних частинах міста. Вихідний базис 12 вимірюється з точністю 1:1000000. Довжина базисної сторони 4620.000 м. Координати визначені у відносній системі координат. Пункт 2 запроєктований на даху діагностичного центру на відстані 4620.000 м від пункту 1. Пункт 3 закріплюється на річковому вокзалі, пункт 4 – хрест Троїцької Лаври, пункт 5 закріплений на вулиці Заньковецької, пункт 6 – це хрест церкви по вулиці Красносільського, пункт 7 на 10 поверховому будинку по вул. Волковича.

В подальшому необхідно зрівноважити мережу і порівняти її з істинною моделлю. Мета дослідження трилатерації обласного центру — забезпечення облікової одиниці площі землекористувачів в 1 кв.м.

В результаті вимірювання сторін трилатерації одержують похилі дальності між прийомо-передатчиком (ведучою станцією) і відбивачем (веденою станцією), виправлені поправками за метеорологічні умови, які впливають на швидкість поширення електромагнітних хвиль в атмосфері, за кривизну траєкторії цих хвиль і за вплив похибок прикладу, включаючи постійну похибку віддалеміра.

1. Побудова істинної і спотвореної моделі.

Попередня обробка польових матеріалів.

Ми будемо мати істинні значення сторін центральної системи. Замітимо, що дослідження триангуляції, мережі несучільних спостережень триангуляції, трилатерації, лінійно-кутового метода несучільних спостережень і метода парних ланок засічок проведені на одних і тих же пунктах і у всіх цих методах одна і та ж істинна модель.

Перед тим як виконувати зрівноваження, необхідно виконати попередні обчислення:

- 1) попереднє рішення трикутників, тобто обчислення наближених значень кутів по виміряним похилим дальностям;
- 2) обчислення поправок за центрування і редукцію в вимірянні віддалі;
- 3) редукування приведених до центрів знаків похилих дальностей на поверхню референц-еліпсоїда;
- 4) редукування довжин сторін трикутників з еліпсоїда на площину в проекції Гауса-Крюгера, включаючи обчислення наближених значень прямокутних координат пунктів в мережі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Инструкция о построении государственной геодезической сети СССР. -М.: Недра, 1966,-340 с.
2. Положения по земельно-кадастровій інвентаризації земель населених пунктів. Київ, 1997, - 14с
3. Практикум по высшей геодезии /Н.В.Яковлев, Н.А.Беспалов, В.П.Глумов и др.: М., Недра, 1982, - 368 с.
4. Літнарівч Р.М. Дослідження точності геодезичних робіт для забезпечення одиниці площі при інвентаризації земель. Навчальний посібник з курсу "Методи наукових досліджень". Частина 1. УДАВГ, м. Рівне, 1998, 14с.
5. Літнарівч Р.М. Методи наукових досліджень. Навчальний практикум для студентів землевпорядного профілю. Частина 1. УДАВГ, м. Рівне, 1998,- 36. с.
6. Літнарівч Р. М. Проектування і дослідження трилатерації обласного центру методом статистичних випробувань Монте – Карло. Навчальний посібник з курсу “ Основні геодезичні роботи “. Частина 4, ЧДІЕУ, Чернігів, 2001, - 16с.

квадратичну похибку зрівноважених сторін за формулою:

$$m_s = \sqrt{\frac{\sum \Delta S^2}{n}}; \quad (5.2)$$

де ΔS_i – істинні похибки зрівноважених сторін.

В нашому випадку:

$$m_s = \sqrt{\frac{107.01}{11}} = 3.12 \text{ мм}$$

Відносна похибка слабкої сторони мережі $f_{4-5_{\text{від}}} = \frac{m_s}{S_{4-5}}$;

$$i f_{4-5_{\text{від}}} = \frac{1}{\frac{2770.2084}{2.98 * 10^{-3}}} = \frac{1}{929600}$$

Середня квадратична похибка зрівноваженого дирекційного кута :

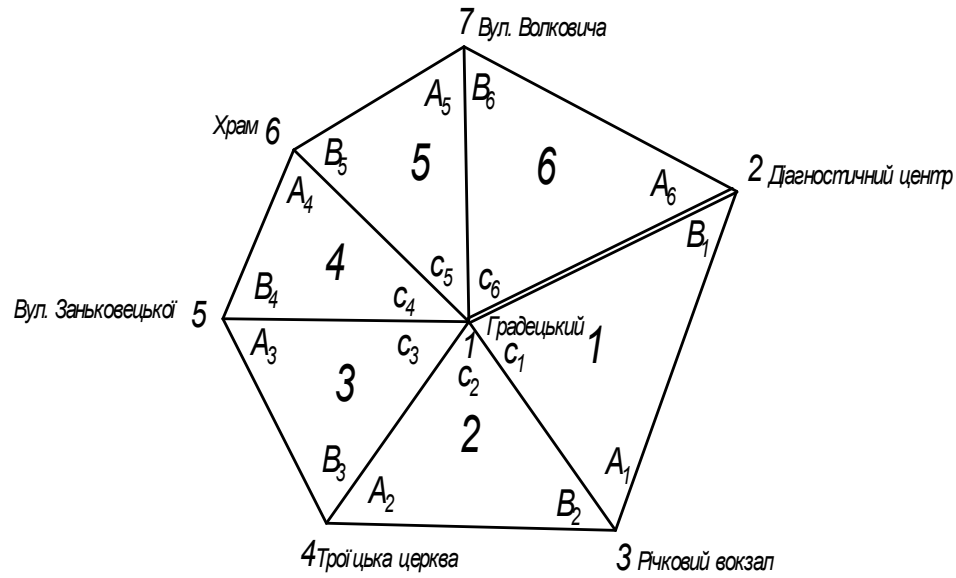
$$m_\alpha = \sqrt{\frac{[\Delta \alpha^2]}{n}} \quad (5.3)$$

$$m_\alpha = \sqrt{\frac{0.3917}{6}} = 0.26''$$

ЗАКЛЮЧЕННЯ

1. Для забезпечення облікової одиниці площі землекористувачів на території обласних центрів в 1 кв. м необхідно на порядок підвищити точність координат пунктів геодезичної мережі.
2. З цією метою запроєктована на території обласного центру центральна система трилатерації.
3. Генеровані середні квадратичні похибки 4мм вимірювання сторін із розрахунку 1м+1мм на 1 км.
4. Проведено строге зрівноваження мережі з оцінкою точності результатів.
5. На основі проведених нами досліджень встановлено, що координати пунктів будуть визначені з точністю 3,04 мм.
6. Точність врівноважених сторін буде складати 3,12 мм.
7. Точність дирекційних сторін буде 0,26".
8. Відносна похибка сторони в найбільш слабому місці мережі складає 1:929600.

Рис 1 Проект та дослідження трилатерації міста Чернігова



2. Генерування істинних похибок. Зрівноваження мережі триангуляції.

Істинні похибки Δv знаходимо з таблиці генерування істинних похибок:

Таблиця 2. Генерування істинних похибок

Таблиця 1. Список вихідних даних

Назва пункта	x, м	y, м	S, м	α	на пункт
A	10000,000	10000,000	4620,000	78°00' 00,00"	B

№	Назва сторони	$\Delta'i = \Delta Imm \cdot 10$	Δ^2	$\Delta i = K \cdot \Delta'$	Δi^2
1	1-2	6	12	6,760566	45,7052526
2	2-3	-2	4	-2,253522	5,0783614
3	1-3	2	4	2,253522	5,0783614
4	3-4	-1	1	-1,126761	1,26959035
5	1-4	0	0	0	0
6	4-5	0	0	0	0
7	1-5	2	4	2,253522	5,0783614
8	5-6	4	16	4,507044	20,3134456
9	1-6	-7	49	-7,887327	62,2099272
10	6-7	-6	36	-6,760566	45,7052526
11	1-7	5	25	5,633805	31,7397588
12	7-2	1	1	1,126761	1,26959035

$$m'_{\Delta i} = \sqrt{\frac{\sum \Delta i^2}{12}} = 4.0$$

$$K = \frac{4}{m_{\Delta i}}$$

$$\Delta_i = K \cdot \Delta_i$$

$$K = 1.26761$$

Таблиця 9. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних координат пунктів.

Назва	Хзр	Хіст.	ΔX	Узр	Уіст.	ΔY
1	10000,000	10000,000	0	10000,000	10000,000	0
2	10960,552	10960,552	0	14519,0419	14519,0419	0
3	8094,8375	8094,8381	-0,6	11715,418	11715,4156	2,4
4	7371,7945	7371,7979	-3,4	9630,6314	9630,6306	0,8
5	9393,5869	9393,5911	-4,2	7736,8495	7736,8524	-2,9
6	11615,2883	11615,2884	-0,1	7693,1237	7693,1289	-5,2
7	12747,8148	12747,8189	-4,1	9952,0318	9952,0366	-4,8
Σ						

Середня квадратична похибка визначення координат пунктів (планового положення пункту) буде:

$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{\sum \Delta x^2 + \sum \Delta y^2}{2n}}; \quad (5.1)$$

де Δx і Δy істинні похибки врівноважених координат, n - число пунктів мережі. І для запроєктованої мережі одержимо

$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{46.38 + 64.89}{12}} = 3.04 \text{ мм}$$

тобто, з точністю 3.04 мм одержані координати пунктів трилатерації міста Чернігова.

Таблиця 10. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних дирекційних кутів і сторін.

Назва сторони	Зрівноважена сторона (м)	Істинна сторона (м)	ΔS (мм)	Зрівноважений дир. кут	Істинний дир. кут	$\Delta \alpha''$
1-2	4620,000	4620,000	0	78 00 00,00	78 00 00,00	0,00
2-3	4009,06802	4009,0693	-1,28	224 22 21,08	224 22 21,19	-0,11
3-4	2206,60967	2206,6073	2,37	250 52 20,99	250 52 21,19	-0,2
4-5	2770,2084	2770,2063	2,1	316 52 20,94	360 52 21,19	-0,25
5-6	2222,13162	2222,1275	4,12	358 52 20,98	358 52 21,19	-0,21
6-7	2526,91158	2526,913	-1,55	63 22 21,50	63 22 21,19	0,31
7-2	4904,27302	4904,2700	3,02	178 59 59,63	179 00 00,00	-0,37
1-3	2563,65028	2563,648	2,28			
1-4	2654,03405	2654,0306	3,45			
1-5	2342,98678	2342,9829	3,88			
1-6	2816,17381	2816,1696	4,21			
1-7	2748,23348	2748,2376	-4,12			
Σ			107,01			0,3917

Таблиця 7. Істинні координати.

Назви пункт	Формул кутів	Істинні кути	Дирекційні кути	Сторони	Прирост. коорд.		Координати	
					ΔX	ΔY	X	Y
1							10000,000	10000,000
			78 00 00,00	4620,0000	960,5520	4519,0419		
2	B ₁	33 37 38,81					10960,5520	14519,0419
			224 22 21,19	4009,0693	-2865,7138	-2803,6263		
3	A ₁ +B ₂	153 30 00,00					8094,8381	11715,4156
			250 22 21,19	2206,6073	-723,0402	-2084,7850		
4	A ₂ +B ₃	114 00 00,00					7371,7979	9630,6306
			316 52 21,19	2770,2063	2021,7932	-1893,7781		
5	A ₃ +B ₄	138 00 00,00					9393,5911	7736,8524
			358 52 21,19	2222,1275	2221,6971	-43,7235		
6	A ₄ +B ₅	115 30 00,00					11615,2884	7693,1289
			63 22 21,19	2526,9130	1132,5305	2258,9076		
7	A ₅	64 22 21,19					12747,8189	9952,0366
			179 00 00,00	2748,2376	-2747,8190	47,9634		
1	360-C ₆	281 00 00,00					10000,000	10000,000
			78 00 00,00					

4. Розрахунок зрівноважених координат пунктів.

Таблиця 8. Зрівноважені координати

Назви пункт.	Формул кутів	Зрівноважені кути ° ' "	Дирекційні кути ° ' "	Сторони	ΔX	ΔY	X	Y
1					960,552	4519,0419	10000,0000	10000,0000
			78 00 00,00	4620,0000				
2	B ₁	33 37 38,92			-2865,7145	-2803,6239	10960,552	14519,0419
			224 22 21,08	4009,06802				
3	A ₁ +B ₂	153 30 0,04			-723,043	-2084,7866	8094,8375	11715,418
			250 52 20,99	2206,60967				
4	A ₂ +B ₃	114 00 00,05			2021,7924	-1893,7819	7371,7945	9630,6314
			316 52 20,94	2770,2084				
5	A ₃ +B ₄	137 59 59,96			2221,7014	-43,7258	9393,5869	7736,8495
			358 52 20,98	2222,13162				
6	A ₄ +B ₅	115 29 59,48			1132,5265	2258,9081	11615,2883	7693,1237
			63 22 21,50	2526,91158				
7	A ₅	64 22 21,87			-2747,8148	47,9682	12747,8148	9952,0318
			178 59 59,63	2748,23348				
1	360-C ₆	280 59 59,64					10000,0000	10000,0000
			77 59 59,99					

Таблиця 3. Побудова спотвореної моделі мережі трилатерації міста Чернігова і результати зрівноваження.

№ тр-в	Назва стор.	Іст.зн. стор.	І. П.	Вим. стор.	Іст. Зн. кут.	Вим. Зн. кутів	Коефіцієнти	П. в ст.	Зр. ст.	Зрів. кути
	C ₁	4009,0693	-6,8	4009,06752	60 00 00,00	59 59 59,84	80,6191	0,50	4009,06828	59 59 59,88
	B ₁	2563,648	-2,3	2563,65052	33 37 38,81	33 37 38,93	-39,0418	-0,24	2563,65028	33 37 38,92
	A ₂	2563,648	-2,3	2563,65052	62 52 21,19	62 52 21,12	-39,0418	-0,24	2563,65028	62 52 21,11
	C ₂	2206,6073	2,3	2206,60913	50 00 00,00	49 59 59,92	87,3236	0,54	2206,60967	50 00 00,00
	B ₂	2654,0306	1,1	2654,03469	67 07 38,81	67 07 38,96	-102,4657	-0,64	2654,03405	67 07 38,89
	A ₃	2654,0306	1,1	2654,03469	61 52 21,19	61 52 21,33	-102,4657	-0,64	2654,03405	61 52 21,25
	C ₃	2770,2063	0	2770,20778	67 00 00,00	66 59 59,69	99,8241	0,62	2770,2084	66 59 59,81
	B ₃	2342,9829	2,3	2342,98721	51 07 38,81	51 07 38,98	-68,8022	-0,43	2342,98678	51 07 38,94
	A ₄	2342,9829	2,3	2342,98721	53 52 21,19	53 52 21,23	-68,8022	-0,43	2342,98678	53 52 21,21
	C ₄	2222,1275	4,5	2222,13106	50 00 00,00	49 59 59,99	90,6801	0,56	2222,13162	50 00 00,08
	B ₄	2816,1696	-7,9	2816,17439	76 07 38,81	76 07 38,78	-93,0207	-0,58	2816,17381	76 07 38,71
	A ₅	2816,1696	-7,9	2816,17439	64 22 21,19	64 22 21,92	-93,0207	-0,58	2816,17381	64 22 21,87
	C ₅	2526,913	0	2526,91106	54 00 00,00	53 59 59,78	83,2425	0,52	2526,91158	53 59 59,86
	B ₅	2748,2376	-6,8	2748,2339	61 37 38,81	61 37 38,30	-66,8965	-0,42	2748,23348	61 37 38,77
	A ₆	2748,2376	-6,8	2748,2339	33 22 21,19	33 22 20,99	-66,8965	-0,42	2748,23348	33 22 20,96
	C ₆	4904,2700	5,6	4904,27252	79 00 00,00	79 00 00,31	81,1629	0,50	4904,27302	79 00 00,36
	B ₆	4620,0006	0,00	4620,0006	67 37 38,81	67 37 38,70			4620,0006	67 37 38,68
										180 00 00,00

В трикутнику з вимірними сторонами a, b, c протилежні кути вираховуються за формулами:

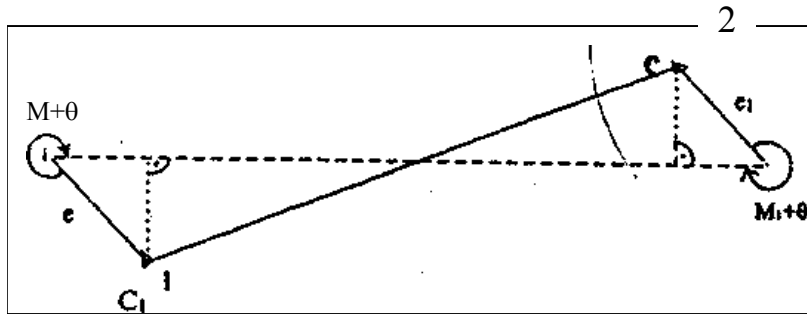
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \quad (2.2)$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \quad (2.3)$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}, \quad (2.4)$$

В кожному трикутнику сума обчислених кутів повинна бути рівною 180° .

На кінцях кожної вимірної сторони $D'_{\text{пик}}$ визначаються елементи центрування (e, θ) ведучої станції і елементи редукції (e_1, θ_1) відбивача світловіддалеміра відносно центрів знаків в точках C_1 і C_2 .



Поправки $\delta_c = iC_1'$ за центрування і поправки $\delta_u = iC_2'$ за редукцію обчислюють для кожної вимірної сторони по формулам

$$\delta_c = -e \cos(M + \theta) + \frac{e^2 \sin^2(M + \theta)}{2D_n' - e \cos(M + \theta)}; \quad (2.5)$$

$$\delta_r = -e_1 \cos(M_1 + \theta_1) + \frac{e_1^2 \sin^2(M_1 + \theta_1)}{2D_n' - e_1 \cos(M_1 + \theta_1)}; \quad (2.6)$$

При e і $e_1 < 1$ м поправки обчислюють за формулами

$$\delta_c = -e \cos(M + \theta); \quad (2.7)$$

$$\delta_r = -e_1 \cos(M_1 + \theta_1); \quad (2.8)$$

Довжини сторін, приведені до центрів знаків обчислюють за формулами

$$D_{\Pi} = D_{\Pi}' + \delta_c + \delta_r; \quad (2.9)$$

При редукуванні віддалей до декількох десятків кілометрів поверхню референц-еліпсоїда достатньо апроксимувати сферою, радіус кривини якої рівний радіусу кривини еліпсоїда в середній точці вимірної сторони вздовж її напрямку.

Таблиця 5. Коефіцієнти поправок в сторони і поправки у зрівноважені сторони.

	K	V	V ²
2-3	+80,6191	0,50	0,25
3-4	+87,3236	0,54	0,2916
4-5	+99,8241	0,62	0,3844
5-6	+90,6801	0,56	0,3136
6-7	+83,2425	0,52	0,2704
7-2	81,1629	0,50	0,25
3-1	-39,0418	-0,24	0,0576
4-1	-102,4657	-0,64	0,4096
5-1	-68,8022	-0,43	0,1849
6-1	-93,0207	-0,58	0,3364
7-1	-66,8965	-0,42	0,1764
		[VV]	2,9249

$$k = -\frac{W_r \cdot 10^3}{[kk]} \quad (2.21)$$

$$V_i = k \cdot K_i \quad (2.22)$$

$$k = -\frac{-0.47 \cdot 10^3}{75595.09999} = 0.00621733$$

де W_r — вільний член умовного рівняння горизонту;

k — корелата;

K_i — коефіцієнти поправок.

Таблиця № 6. Контроль виконання умови горизонту для зрівноважених кутів

Назви кутів	Значення кутів ° ' "
C_1	59 59 59,88
C_2	50 00 00,00
C_3	66 59 59,81
C_4	50 00 00,08
C_5	53 59 59,86
C_6	79 00 00,36
$\sum C_i$	359 59 59,99
W_r	-0,01

$$(C'') = \frac{p''}{h_c} [(c) - (a) \cos B - (b) \cos A] \quad (2.15)$$

де $p'' = 206265''$;

h_i - висота трикутника, опущена на протилежну сторону із вершини А, В, С. Висоти трикутника обчислюються за формулами:

$$h_a = c \sin B = b \sin C; \quad (2.16)$$

$$h_b = a \sin C = b \sin A; \quad (2.17)$$

$$h_c = a \sin B = b \sin A; \quad (2.18)$$

Згідно умовного рівняння горизонту (2.1), поправки в кути (C_i) визначаються за формулою (2.5), причому коефіцієнти сторони (С) для кожного трикутника розраховуються по формулі:

$$Kc_s = \rho'' / h_c \quad (2.19)$$

Це будуть сторони, протилежні центральним кутам C_i . Коефіцієнти для поправок в радіальні сторони розраховуються по формулі:

$$K_{рад} = -\rho \left(\frac{\cos A_i}{h_{c_i}} + \frac{\cos B_{i-1}}{h_{c_{i+1}}} \right) \quad (2.20)$$

Таблиця 4. Розрахунок вільного члена умовного рівняння горизонту

Назви кутів	Значення кутів ° ' "
C_1	59 59 59,84
C_2	49 59 59,92
C_3	66 59 59,69
C_4	49 59 59,99
C_5	53 59 59,78
C_6	79 00 00,31
$\sum C_i$	359 59 59,53
W_r''	-0,47

Спочатку знаходять поправки δ_n за приведення похилих відстаней до горизонту середньої точки відповідної сторони.

$$\delta_h = -\frac{h^2}{2D_{II}} - \frac{h^4}{8D_{II}^3}; \quad (2.10)$$

де $h = H_2 - H_1$ – перевищення відбивача віддалеміра над прийомо-передатчиком, визначене, наприклад, методом тригонометричного нівелювання;

D_{II} – виміряна віддаль, заокруглена до цілого метра.

Проекцію приведенної до центрів знаків похилої віддалі на горизонтальну площину, яка проходить через середню точку виміряної сторони, вираховують за формулою $D_r = D_r + \delta_h$; (2.11)

Після проєктують віддаль D_r на еліпсоїд по радіусам сфери, яка апроксимує його поверхню, розраховують довжину хорди D , яка проходить через точки пересічення радіусів зі сферою.

$$D = D_r - \frac{H_m}{R_a + H_m} D_r = D_r + \delta_{II} \quad (2.12)$$

$$\text{де } \delta_{II} = -\frac{H_m}{R_a + H_m} D_r \quad (2.13)$$

$$H_m = 0,5(H_1 + H_2) \quad (2.14)$$

Від довжини хорди D переходять до шуканої довжини віддалі S на поверхні референц-еліпсоїда по формулі

$$S = D + D^3 / 24R_{A^2} = D + \delta_r \quad (2.15)$$

$$\text{де } \delta_r = D^3 / 24R_{A^2} \quad (2.16)$$

або по формулі

$$S = D_{II} + \sum \delta \quad (2.17)$$

$$\text{де } \sum \delta = \delta_{II} + \delta_h + \delta_r \quad (2.18)$$

Геодезичні висоти H_1 і H_2 точок встановлення блоків віддалемітра на геодезичних пунктах розраховують по формулі:

$$H_1 = H_1^j + \xi_1 + l_i \quad (2.19)$$

де H_j – нормальна висота центра знака над рівнем моря (над квазігеоїдом);

ξ - аномалія висоти в цій точці (перевищення квазігеоїда над референц-еліпсоїдом);

l – висота становлення блока віддалеміра (прийомо-передавача, відбивача) над центром знака геодезичного пункту.

Для визначення величини радіуса кривизни референц-еліпсоїда R_A для кожної сторони з точністю до $30'$ і широту її середньої точки з точністю до декількох хвилин дуги. В мережі трилатерації, зображеної на рис. 1 геодезичний азимут вихідної сторони може бути вирахований по формулі:

$$A_{BA} = \alpha_{BA} + (\pm\gamma_1) - (\pm\delta_{BA}) \quad (2.20)$$

де α_{BA} – дирекційний кут цієї сторони; γ_1 – Гаусове зближення меридіанів на пункті В; δ_{BA} – поправка на напрямок за кривину зображення сторони ВА на площині, що визначається за формулами:

$$\delta_{ik} = \frac{1}{3} f (x_i - x_k)(2y_i + y_k) \quad (2.21)$$

$$\delta_{ki} = -\frac{1}{3} f (x_i - x_k)(y_i + 2y_k)$$

де x, y – наближені координати пунктів на площині, виражені в кілометрах;

коефіцієнт $f = \frac{\rho''}{2 \cdot R_m^2}$, береться із спеціальних таблиць.

В нашому випадку поправкою δ_{BA} можна нехтувати, Гаусове наближення буде:

$$\gamma = (L - L_0) \sin B \quad (2.22)$$

де L_0 – довгота осьового меридіана зони, L – довгота точки; B – геодезична широта точки.

В нашому випадку необхідно, щоб відмінність в довжинах сторін геодезичної мережі, обчислених за координатами пунктів і одержаних із безпосередніх вимірів на місцевості між однойменними точками, були як можна меншими.

З цією метою по-перше вводять місцеву систему координат, в якій осьовий меридіан трьохградусної зони проєкції Гауса-Крюгера проходить через середину даної мережі і по-друге, всі виміряні віддалі між пунктами мережі редукують на середню висоту H_0 даної території над рівнем моря (над геоїдом) або, що все рівно на висоту $H = H_0 - \xi$ над поверхнею референц-еліпсоїда.

Редукування довжин сторін трилатерації з поверхні референц-еліпсоїда на середню висоту території міста H виконують по формулі:

$$S_H = S \left(1 + \frac{H}{R_m + H}\right) = KS \quad (2.23)$$

$$\text{або } S_H = S + \frac{H}{R_m + H} S = S + \delta_S \quad (2.24)$$

де S – довжина сторони на поверхні референц-еліпсоїда, R_m – середній радіус кривизни референц-еліпсоїда на широті даної території, H – середнє значення геодезичної висоти місцевості.

Перехід від віддалей S на поверхні референц-еліпсоїда та віддалей S на площині в проєкції Гауса-Крюгера виконують по формулі:

$$\Delta S = S f' \left(Y_m^2 + \frac{\Delta Y^2}{12} + \frac{\Delta Y^3}{12 R_m^2} \right) = S f' Q \quad (2.25)$$

$$s' = S + \Delta S$$

$$\text{де } f' = \frac{1}{2 \cdot R_m^2}$$

$$Y_m = \frac{1}{2} \cdot (Y_2 - Y_1)$$

$$\Delta Y = Y_2 - Y_1$$

R_m – середній радіус референц-еліпсоїда на середній широті трилатерації.

Величини Y_m і ΔY розраховують до цілого метра і виражають в кілометрах.

Коефіцієнт f' дається в таблицях.

2. Зрівноваження мережі корелатним способом

В запроєктованій вільній мережі виникає одне умовне рівняння горизонту:

$$(C_1) + (C_2) + (C_3) + (C_4) + (C_5) + (C_6) + W_r = 0 \quad (2.11)$$

де (C_i) – поправки у відповідні центральні кути.

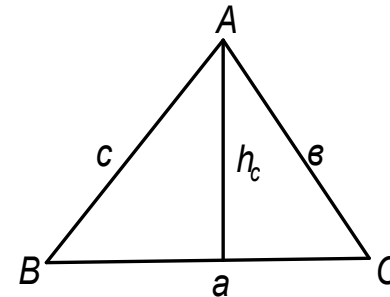


Рис 2. Трикутник трилатерації

Для сторони a трикутника ABC запишемо:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \quad (2.12)$$

Диференціюючи цей вираз по всім змінним a, b, c, A і переходячи до кінцевих приростів, одержимо формулу, яка встановлює зв'язок між поправками в кути і поправками в сторони. І по аналогії запишемо формули поправок у два інші кути:

$$(A'') = \frac{P''}{h_a} [(a) - (b) \cos C - (c) \cos B] \quad (2.13)$$

$$(B'') = \frac{P''}{h_b} [(b) - (a) \cos C - (c) \cos A] \quad (2.14)$$